

# Wärmetechnische Vorgänge in einer Außenwand ohne und mit Dämmung sowie Anwendung des U-Wertes

Bernd Glück, Januar 2018

## 1 Vorbemerkung

Das Internet macht die Klugen klüger und die Dummen dümmer, so wird behauptet. Das grundsätzliche Problem besteht darin, die jeweiligen Mitteilungen in die entsprechenden Wahrheitskategorien einzuordnen. Besonders schwierig ist es mitunter, das Halbwissen, welches oft mit Vehemenz vertreten wird, zu sortieren und richtigzustellen.

Ein besonderer Tummelplatz widmet sich den besonnten Hauswänden in Verbindung mit einer Dämmung und der Anwendung des U-Wertes. Obwohl diese Zusammenhänge allgemein bekanntes und gelehrtes Wissen der Wärmetechniker sind, wird vieles falsch dargestellt und mit markigen Überschriften, wie beispielsweise "U-Wert-Schwindel" versehen. Mit viel Aufwand ermittelte Messreihen sollen den Beweis dafür liefern. Diese Messungen werden keinesfalls angezweifelt; der Verlauf der Temperaturschwingungen in homogenen Wänden ist jedoch hinreichend bekannt und auch rechnerisch bestimmbar. Die vorgenommenen Verknüpfungen mit dem U-Wert sind aber falsch! – Die Dämmung von Außenwänden wird meist als negativ dargestellt, da sie das "Eindringen der solaren Wärme in den Raum verhindert" usw. Die Einzelheiten, der mitunter umfangreichen Erläuterungen werden aus pädagogischen Gründen absichtlich nicht wiedergegeben, da sich das geschriebene Falsche in der Regel besonders gut einprägt.

Viele falsche Interpretationen beruhen auf der unkorrekten Anwendung des bekannten Wissens, wobei der Unterschied zwischen stationären und instationären Vorgängen offenbar besondere Probleme bereitet. Die wärmetechnischen Zusammenhänge werden nachfolgend in Kurzform wiedergegeben und an speziellen Beispielen erörtert.

### *Alles fließt!*

Um 500 v. Chr. formulierte der griechische Philosoph HERAKLIT VON EPHEOS entsprechend seiner Realitätswahrnehmung für die natürlichen Vorgänge: "Alles fließt!" (Panta rhei). Damit wurde ausgedrückt, dass das Sein nicht statisch ist, sondern sich stets im dynamischen Wandel befindet.

Bei Strömungsvorgängen ist diese Tatsache besonders anschaulich erfahrbar. So gilt bekanntermaßen die Sentenz: "Man kann nicht zweimal in denselben Fluss steigen." Denn beim erneuten Baden wird an derselben Stelle anderes Wasser sein.

Im technischen Bereich kennzeichnet man die hydraulische Strömung mit Zustandsgrößen, beispielsweise Druck, Geschwindigkeit, Temperatur, Dichte usw. Bleiben diese Größen ortsbezogen während der Beobachtungszeit konstant, so spricht man von einer **stationären Strömung**. Bei zeitlich geänderten Zustandsgrößen handelt es sich um eine **instationäre Strömung**.

Diese Einteilung gilt sehr anschaulich für hydraulische Strömungen, analog auch für Wärmeströmungen usw.

## 2 Allgemeines zur Wärmeleitung in einem Festkörper

### • *Temperaturfeld*

Im allgemeinen Fall ist anzunehmen, dass

- die Oberflächentemperaturen des Körpers örtlich unterschiedlich sind,
- Wärmequellen im Körperinneren existieren und
- die Temperaturen und die Intensität der Wärmequellen Zeitfunktionen sind.

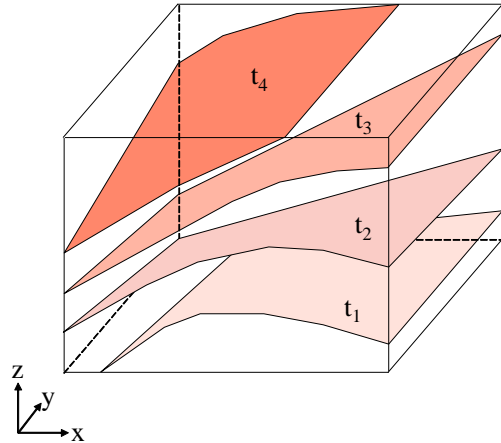
Somit kann das **Temperaturfeld** im Festkörper eine Funktion des Ortes mit beispielsweise den kartesischen Koordinaten  $x$ ,  $y$ ,  $z$  und der Zeit  $\tau$  sein. Eine Momentaufnahme zeigt das Bild 1.

Das Temperaturfeld  $t = t(x, y, z, \tau)$  in einem homogenen Festkörper mit isotropen Eigenschaften wird mathematisch durch die Lösung der **FOURIERSchen Differenzialgleichung**

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{q}_E}{\rho c} \quad (1)$$

beschrieben. Es bedeuten:

$t$	Temperatur
$\tau$	Zeitkoordinate
$x, y, z$	Ortskoordinaten
$a$	Temperaturleitfähigkeit ( $a = \lambda / (\rho c)$ )
$\dot{q}_E$	volumenbezogene Wärmestromergiebigkeit einer Wärmequelle
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit
$\rho$	Dichte
$c$	spezifische Wärmekapazität.



**Bild 1** Temperaturfeld – gekennzeichnet durch die Isothermenflächen  $t_1 \dots t_4$  – in einem quaderförmigen Körper

Je nach der Form der Isothermenflächen unterscheidet man ein-, zwei- oder dreidimensionale Temperaturfelder. Bei einer Zeitveränderlichkeit spricht man von einem **instationären Temperaturfeld**.  $t = t(x, y, \tau)$  beschreibt somit z. B. ein instationäres, zweidimensionales Temperaturfeld.

Sind die Temperaturfelder über den betrachteten Zeitraum unveränderlich, handelt es sich um ein **stationäres Temperaturfeld**. So kennzeichnet beispielsweise  $t = t(x, y)$  ein stationäres, zweidimensionales Temperaturfeld. Für ein wärmequellenfreies, stationäres zweidimensionales Temperaturfeld reduziert sich die FOURIERSchen Differenzialgleichung gemäß Gl. (1) dann auf die "ebene" **LAPLACESche Differenzialgleichung**

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0. \quad (2)$$

### • **Wärmestrom**

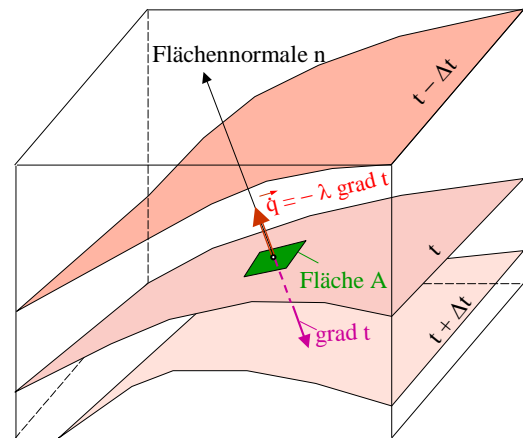
Der Wärmetransport innerhalb des Festkörpers wird durch den Wärmestrom  $\dot{Q}$  quantifiziert. Er ist proportional der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ , dem Betrag des Temperaturgradienten  $dt/dn$  sowie der Fläche  $A$ , die in der Isothermenfläche  $t$  liegt und in deren Bereich  $\lambda = \text{const}$  und  $dt/dn = \text{const}$  gelten (Bild 2). Der Temperaturgradient steht senkrecht auf der Isothermenfläche und entspricht dem größten Temperaturanstieg. Die Vektoren  $\vec{q}$  und  $\text{grad } t$  sind entgegengesetzt gerichtet. Ein positiver Wärmestrom ist somit stets an einen negativen Temperaturanstieg – d. h. ein Temperaturgefälle – gebunden. Mathematisch werden diese Zusammenhänge durch das **FOURIERSche Erfahrungsgesetz der Wärmeleitung** erfasst:

$$\dot{Q} = -\lambda \frac{dt}{dn} A \quad \text{bzw.} \quad \dot{q} = -\lambda \frac{dt}{dn} \quad (3)$$

$\dot{Q}$  Wärmestrom

$\dot{q}$	Wärmestromdichte
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit (auch Wärmeleitkoeffizient genannt)
$A$	Fläche, die in der Isothermenfläche $t$ liegt
$dt/dn$	Temperaturgradient.

**Bild 2** Isothermenflächen  $t - \Delta t$ ,  $t$ ,  $t + \Delta t$  mit einer ausgewählten Fläche  $A$  innerhalb von  $t$  und Darstellung des Temperaturgradienten  $\text{grad } t$  sowie der Wärmestromdichte  $\dot{q}$



### • Randbedingungen

Wird ein Festkörper auch ohne innere Wärmequellen und -senken an seinen Oberflächen auf unterschiedlichen Temperaturen gehalten, so tritt in seinem Inneren ein Wärmetransport durch Wärmeleitung auf. Diese Oberflächentemperaturen können durch unterschiedliche Randbedingungen bewirkt werden. Die nachfolgenden Randbedingungen – beispielsweise Oberflächentemperaturen, Fluidtemperaturen mit Wärmeübergangskoeffizienten, Wärmestromdichten an den Oberflächen – können bei instationären Vorgängen Zeit- und Ortsfunktionen, bei stationären Prozessen nur Ortsfunktionen sein.

- Sind diese Oberflächentemperaturen fest definiert, so spricht man von einer **Randbedingung 1. Art**. Dieser einfache Fall kommt in praxi relativ selten vor.
- Grenzen die Oberflächen des Festkörpers an ein Fluid (z. B. Luft) mit bekannter Temperatur, liegt eine **Randbedingung 3. Art** vor. Dies bedeutet, dass zwischen Fluid und Festkörperoberfläche noch ein Wärmeübergang zu berücksichtigen ist. – Trifft auf die Oberfläche noch eine Wärmestrahlung auf, dann ist diese zusätzlich zu superponieren.

Vereinfachend erfolgt dies bei annähernd gleichen Fluid- und Strahlungstemperaturen durch eine Erhöhung des Wärmeübergangskoeffizienten bei gleichbleibender Fluidtemperatur.

Gegenteilig verfährt man oftmals bei besonnten Flächen, z. B. Gebäudeaußenwänden. Die absorbierte Strahlung wird in eine äquivalente Sonnenlufttemperatur umgerechnet und der konvektive Wärmeübergangskoeffizient beibehalten.

In beiden Fällen findet das Modell mit einer Randbedingung 3. Art näherungsweise Verwendung.

- Selten ist die Wärmestromdichte an der Festkörperoberfläche vorgegeben. In diesem Fall handelt es sich um eine **Randbedingung 2. Art**. Ein praktisches Beispiel stellt eine auf die Festkörperoberfläche aufgeklebte elektrische Heizfolie dar, die nahezu temperaturunabhängig einen bestimmten Wärmestrom pro Flächeneinheit übergibt.

Schließlich könnte eine Wärmeleitung im Festkörper auch bei gleichen Oberflächentemperaturen vorliegen, wenn im Inneren des Körpers eine **Wärmequelle und/oder -senke** wirkte. Dies wäre beispielsweise gegeben, wenn eine Kugel im Mittelpunkt beheizt würde. Man kann sich aber auch vorstellen, dass in einem Teilbereich des Festkörpers ein **Phasenwandel** durch kristalline Veränderungen erfolgt und Wärme freisetzt oder aufnimmt. Im Allgemeinen spricht man nur von Wärmequellen, denn Wärmesenken stellen negative Wärmequellen dar.

- **Anfangsbedingung**

Bei der Betrachtung von instationären Vorgängen ist noch die Anfangstemperatur im Festkörper bedeutungsvoll. Sie gilt zur Startzeit und ist eine Ortsfunktion.

### 3 Wärmeleitung in einer Wand

Der mögliche Trivialfall ist eine Wand ohne innere Wärmequellen mit eindimensionaler Wärmeleitung zwischen zwei planparallelen Oberflächen mit jeweils homogener Temperatur. Die vorgestellten Gleichungen nehmen dann die folgenden Formen an.

**Temperaturfeld für instationäre Wärmeleitung** (folgt aus Gl. (1))

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \right) \quad (4)$$

Der Temperaturverlauf stellt eine Zeit- und Ortsfunktion dar.

**Temperaturfeld für stationäre Wärmeleitung** (folgt aus Gl. (2))

$$\frac{d^2 t}{dx^2} = 0 \rightarrow \frac{dt}{dx} = \text{const} \quad (5)$$

Der Temperaturverlauf ist eine zeitunabhängige, geradlinige Ortsfunktion.

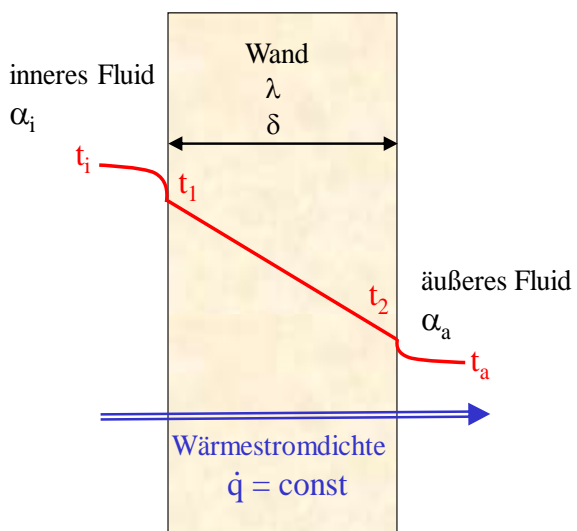
**Wärmestromdichte** (folgt aus Gl. (3))

$$\dot{q} = -\lambda \frac{dt}{dx} \quad (6)$$

#### 3.1 Wärmeleitung in einer homogenen Wand unter stationären thermischen Bedingungen

Im stationären Sonderfall ist an jeder Stelle  $x$  innerhalb der Wand die Wärmestromdichte gleich. Wenn auch die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda = \text{const}$  ist, muss auch der Temperaturgradient  $dt/dx = \text{const}$  sein.

Der Temperaturverlauf zwischen den beiden Oberflächentemperaturen  $t_1$  und  $t_2$  ist dann eine Gerade, wie das nebenstehende Bild 3 zeigt.



**Bild 3** Wand unter stationären thermischen Bedingungen

Die Wärmestromdichte beträgt:

$$\dot{q} = -\lambda \frac{t_2 - t_1}{\delta} = \frac{\lambda}{\delta} (t_1 - t_2). \quad (7)$$

Sind während des Betrachtungszeitraumes auch die Fluidparameter (Temperaturen  $t_i$ ,  $t_a$ , Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_i$ ,  $\alpha_a$ ) jeweils konstant, so gelten bei der vorhandenen Wärmestromdichte auch:

$$\dot{q} = \alpha_i (t_i - t_1) = \alpha_a (t_2 - t_a). \quad (8)$$

Elementiert man in den Gln. (7) und (8) die Temperaturdifferenzen und addiert diese, so folgt schließlich:

$$t_i - t_a = \dot{q} \left( \frac{1}{\alpha_i} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_a} \right) \text{ bzw. } \dot{q} = \frac{t_i - t_a}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_a}}. \quad (9)$$

Es gelten die Bezeichnungen:

$\delta/\lambda$  Wärmeleitwiderstand

$1/\alpha_i$  innerer bzw.  $1/\alpha_a$  äußerer Wärmeübergangswiderstand

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_a}} = \left( \frac{1}{\alpha_i} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_a} \right)^{-1}. \quad (10)$$

Der Wärmedurchgangskoeffizient  $k$  ist eine bedeutende Größe in der Wärmetechnik, denn zahlreiche Vorgänge verlaufen stationär, so beispielsweise in der Regel in Wärmeübertragern (Rekuperatoren), in üblichen Heizkörpern usw.

Die Bauphysik hat seit einigen Jahren den  $k$ -Wert in ihrem Anwendungsbereich  $U$ -Wert genannt und einige bautechnische Besonderheiten beispielsweise Wärmebrücken von Bauteilen per Definition eingeschlossen, so auch den Glas- und Rahmenanteil von Fenstern berücksichtigt. **Dennoch gilt der  $U$ -Wert auch nur für stets stationäre Wärmeleitvorgänge.**

### **Beispiel 1 (stationäre Wärmeleitung)**

Für eine konventionelle Vollziegelwand nach Bild 3 – eingesetzt als Außenwand unter winterlichen Bedingungen – gelten:  $\alpha_i = 7,7 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ ;  $\alpha_a = 25 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ ;  $\lambda = 0,81 \text{ W}/(\text{m K})$ ;  $\delta = 0,5 \text{ m}$ . Damit ergibt sich nach Gl. (10)

$$U = \left( \frac{1}{7,7} + \frac{0,5}{0,81} + \frac{1}{25} \right)^{-1} = 1,27 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}).$$

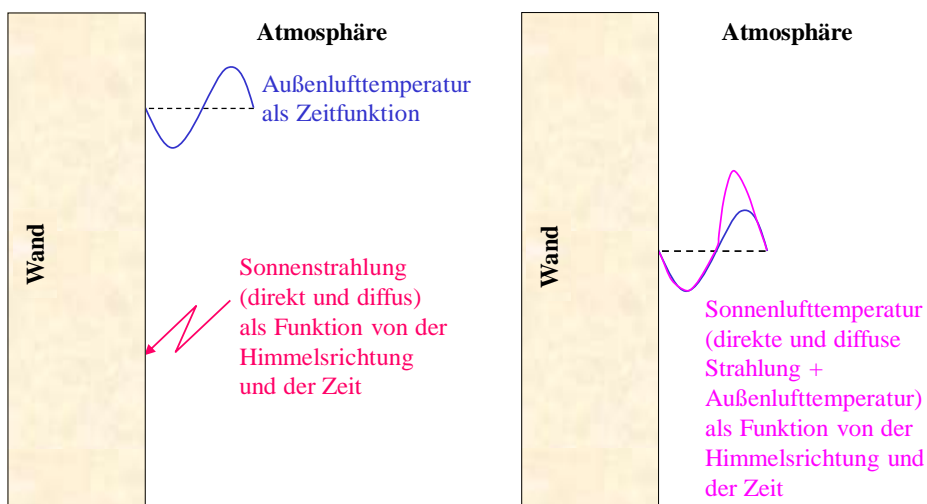
Für eine Innentemperatur von  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  und eine Außentemperatur von  $-15 \text{ }^\circ\text{C}$  ergibt sich die Wärmestromdichte:

$$\dot{q} = U (t_i - t_a) = 1,27 (20 - (-15)) \text{ W}/\text{m}^2 = 44,5 \text{ W}/\text{m}^2.$$

### 3.2 Wärmeleitung in einer homogenen Wand unter instationären thermischen Bedingungen

Eine Gebäudeaußenwand wird im Gegensatz zu technischen Apparaten nie eine stationäre Wärmeleitung aufweisen, denn wechselnde thermische Außen- oder Innenbedingungen, wie beispielsweise Temperaturen, solare Strahlung, Luftgeschwindigkeiten sind zeitlichen Schwankungen unterworfen. Eine instationäre Wärmeleitung in der Wand ist die Folge. Das Temperaturfeld nach Gl. (4) wird im vorliegenden Fall numerisch bestimmt, wobei ein selbstentwickeltes Rechenprogramm<sup>1</sup> Verwendung findet.

Auf der der Atmosphäre zugewandten Außenwandfläche können die instationären Randbedingungen (Lufttemperatur, Solarstrahlung) auf verschiedene Art Berücksichtigung finden. Generell werden die stündlichen Werte im Simulationsmodell berücksichtigt. Dies betrifft die Außenlufttemperatur sowie die solare Direkt- und Diffusstrahlung. Es ist rechentechnisch rationell, wenn es gelingt, die meteorologischen Elemente zu einer resultierenden Größe zusammenzufassen, die die gleiche wärmetechnische Wirkung erzielt, wie das Wirken der Einzelgrößen. Man spricht dann von Superposition. Bild 4 zeigt eine Prinzipdarstellung der Zusammenfassung.



**Bild 4** Prinzipdarstellung der Wand mit direktem Kontakt zur Atmosphäre, wobei die Lufttemperatur und die Gesamtsonnenstrahlung als Zeitfunktionen wirken

Links: Reale Einzelwirkungen von Außentemperatur und Solarstrahlung.

Rechts: Superposition der Einzelwirkungen zur Sonnenlufttemperatur.

Um die Superposition durchführen zu können, sind verschiedene Vereinfachungen zu treffen.

- So wird an der Außenfläche ein *Gesamtwärmeübergangskoeffizient*  $\alpha_a$ , der die langwellige Umgebungsstrahlung und Konvektion zusammenfasst, angesetzt.
- Des Weiteren behält man das Modell der konvektiven Wärmeübertragung an den Außenbauteilen als gedankliche Grundlage bei, sodass letztlich die *absorbierte Sonnenstrahlung* als *erhöhte Lufttemperatur* nachgebildet wird.

Dieses Vorgehen hat bereits eine lange Tradition. Es wurde und wird bei den verschiedenen Verfahren der Kühllastberechnungen – beispielsweise nach VDI 2078 und auch nach ASHRAE

<sup>1</sup> Glück, B.: Simulationsmodell "Zweidimensionale Wärmeleitung  
<http://berndglueck.de/waermeleitung.php>

HANDBOOK "FUNDAMENTALS" – verwendet. Zur Ermittlung der neuen Außenlufttemperatur muss die Absorption der kurzwelligigen Sonnenstrahlung und der langwellige Strahlungsaustausch mit dem Himmelsgewölbe sowie der terrestrischen Umgebung ergänzt werden.

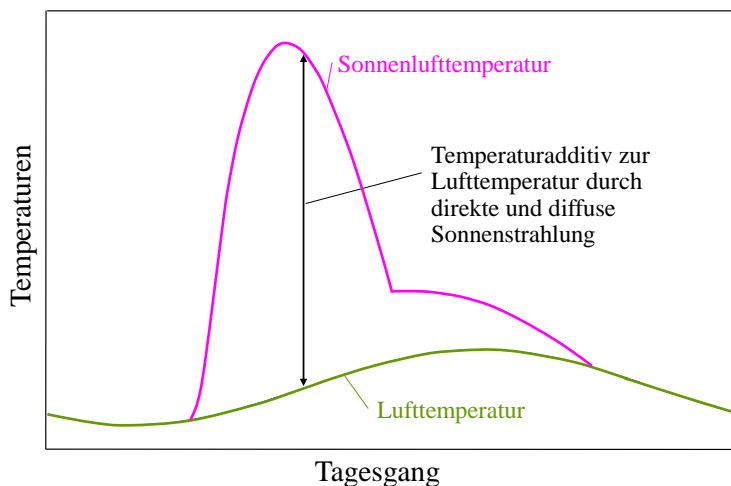
In der ersten Form berücksichtigte man nur die Absorption der kurzwelligigen Strahlung – z. B. in RECKNAGEL/SPRENGER: Taschenbuch für Heizung · Lüftung · Klimatechnik; 1964 auf der Grundlage von MACKEY/WRIGHT – und bildete die **Sonnenlufttemperatur**

$$t_{\text{ausseen}}(\tau) = t_L(\tau) + \frac{a \dot{i}_{\text{gesamt}}(\tau)}{\alpha_a} \quad (11)$$

mit

$t_{\text{ausseen}}(\tau)$	° C	Außentemperaturverlauf als Sonnenlufttemperatur
$t_L(\tau)$	° C	Lufttemperaturverlauf
$a$	-	Absorptionskoeffizient für Sonnenstrahlung
$\dot{i}_{\text{gesamt}}$	W/m <sup>2</sup>	Gesamtstrahlung (direkt + diffus) auf das Bauteil
$\alpha_a$	W/(m <sup>2</sup> K)	äußerer Wärmeübergangskoeffizient (gesamt) an der Bauteiloberfläche.

In Bild 5 sind die Zusammenhänge zwischen Luft- und Sonnenlufttemperatur qualitativ veranschaulicht.



**Bild 5** Lufttemperatur und Sonnenlufttemperatur als Tagesgänge

In den neueren Darstellungen gemäß ASHRAE HANDBOOK "FUNDAMENTALS"(1993), NEHRING und NADLER ergeben sich geringe Temperaturkorrekturen<sup>2</sup> gegenüber Gl. (11) von -1,4 ... 1,7 K beträgt. Dies ist bezogen auf die Annahmen der meteorologischen Basisdaten Außentemperatur und solare Gesamtstrahlung sehr gering und wird vernachlässigt.

Bei der Auswertung der Gln. (11) ist der Koeffizient  $a/\alpha_a$  von großem Einfluss. Er ist nur in grober Näherung<sup>2</sup> erfassbar. Für die Einzelwerte gelten relativ große Bereiche.

Die Definition und Anwendung der Sonnenlufttemperatur nimmt prinzipiell keinen Einfluss auf die Phasenverschiebung, die Amplitudendämpfung und den "Speichereffekt". Durch die instationäre Betrachtung der Wärmeleitung werden die Vorgänge im Speicherkörper unabhängig von der Wärmeübergabe am Rand automatisch richtig bewertet.

<sup>2</sup> <http://berndglueck.de/lowex.php> Bericht S. 43 bis 49

In DIN 4710 ist die Sonnenstrahlung an wolkenlosen Tagen auf Wände in den acht Haupthimmelsrichtungen und für Horizontalflächen stundenweise aufgeführt. Variiert werden dabei die Trübungs faktoren der Atmosphäre und die geografische Breite. Die Verbindung mit der Lufttemperatur nach Gl. (11) führt zu einer Vielzahl von Kombinationsmöglichkeiten, da die Lufttemperatur für unterschiedliche Bewölkungen ebenfalls stundenweise benannt wird.

### Beispiel 2 (Ermittlung der Sonnenlufttemperatur für einen heiteren Wintertag im Februar)

Grundlage bilden die Verläufe der mittleren Außenlufttemperatur an heiteren Tagen im Februar am Standort Kassel und der Gesamtsonnenstrahlung am 20. Februar bei 50° nördlicher Breite für einen Trübungs faktor  $T_L = 4,1$ , der dem Monatsmittelwert entspricht. Beide meteorologischen Verläufe beziehen sich auf DIN 4710:2003-01.

**Tabelle 1** Außentemperatur  $t_a$ , Wärmestromdichte der Sonnenstrahlung und resultierende Sonnenlufttemperatur nach Gl. (11) und  $a/\alpha_a = 0,04 \text{ m}^2\text{K/W}$  auf Wände und Horizontaldächer im Tagesgang für einen heiteren Wintertag (Standort: Kassel)

Uhrzeit	$t_a$ °C	Solare Wärmestromdichte auf senkrechte Wände und Flachdach in $\text{W/m}^2$								
		N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Dach
0	-3,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-3,8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-4,2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-4,7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	-5,1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-5,4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	-5,6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	-5,9	4	24	45	43	18	4	4	4	7
8	-5,4	40	126	325	361	209	43	39	40	104
9	-4,3	62	89	448	593	427	75	62	62	225
10	-2,5	77	85	415	689	607	223	79	77	334
11	-0,8	86	89	283	672	724	407	93	86	407
12	0,8	89	90	107	567	764	567	107	90	431
13	2,0	86	86	93	407	724	672	283	89	407
14	2,8	77	77	79	223	607	689	415	85	334
15	3,1	62	62	62	75	427	593	448	89	225
16	2,5	40	40	39	43	209	361	325	126	104
17	1,3	4	4	4	4	18	43	45	24	7
18	0,4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	-0,6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	-1,3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	-1,9	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	-2,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	-3,1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	-3,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Uhrzeit	$t_a$ °C	Sonnenlufttemperatur in °C								
		N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Dach
0	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5
1	-3,8	-3,8	-3,8	-3,8	-3,8	-3,8	-3,8	-3,8	-3,8	-3,8
2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2
3	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7	-4,7
4	-5,1	-5,1	-5,1	-5,1	-5,1	-5,1	-5,1	-5,1	-5,1	-5,1
5	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4	-5,4
6	-5,6	-5,6	-5,6	-5,6	-5,6	-5,6	-5,6	-5,6	-5,6	-5,6
7	-5,9	-5,7	-4,9	-4,1	-4,2	-5,2	-5,7	-5,7	-5,7	-5,6
8	-5,4	-3,8	-0,4	7,6	9,0	3,0	-3,7	-3,8	-3,8	-1,2
9	-4,3	-1,8	-0,7	13,6	19,4	12,8	-1,3	-1,8	-1,8	4,7
10	-2,5	0,6	0,9	14,1	25,1	21,8	6,4	0,7	0,6	10,9
11	-0,8	2,6	2,8	10,5	26,1	28,2	15,5	2,9	2,6	15,5
12	0,8	4,4	4,4	5,1	23,5	31,4	23,5	5,1	4,4	18,0
13	2,0	5,4	5,4	5,7	18,3	31,0	28,9	13,3	5,6	18,3
14	2,8	5,9	5,9	6,0	11,7	27,1	30,4	19,4	6,2	16,2



Uhrzeit	t <sub>a</sub> °C	Sonnenlufttemperatur in °C								
		N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Dach
15	3,1	5,6	5,6	5,6	6,1	20,2	26,8	21,0	6,7	12,1
16	2,5	4,1	4,1	4,1	4,2	10,9	16,9	15,5	7,5	6,7
17	1,3	1,5	1,5	1,5	1,5	2,0	3,0	3,1	2,3	1,6
18	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
19	-0,6	-0,6	-0,6	-0,6	-0,6	-0,6	-0,6	-0,6	-0,6	-0,6
20	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3	-1,3
21	-1,9	-1,9	-1,9	-1,9	-1,9	-1,9	-1,9	-1,9	-1,9	-1,9
22	-2,5	-2,5	-2,5	-2,5	-2,5	-2,5	-2,5	-2,5	-2,5	-2,5
23	-3,1	-3,1	-3,1	-3,1	-3,1	-3,1	-3,1	-3,1	-3,1	-3,1
24	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5

Damit beträgt z. B. die mittlere Tagessonnenlufttemperatur auf der Südseite:  $t_{a,mittel} = 5,9 \text{ °C}$

### Beispiel 3 (stationäre Wärmeleitung als Sonderfall der instationären Wärmeleitung)

Die im Beispiel 1 betrachtete Wand mit stationärer Wärmeleitung wird mit dem Rechenprogramm <sup>1</sup> simuliert, wobei der Gitterabstand für die 50 cm dicke Wand 1 cm beträgt. Es gelten über die gesamte Simulationszeit von 168 h als konstante Randbedingungen:  $\alpha_i = 7,7 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$ ;  $\alpha_a = 25 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$ ;  $t_i = 20 \text{ °C}$  und  $t_a = -15 \text{ °C}$ . Für die Stoffwerte der Ziegelwand werden angenommen:  $\rho = 1850 \text{ kg/m}^3$ ,  $\lambda = 0,81 \text{ W/(m K)}$ ,  $c = 920 \text{ J/(kg K)}$ . Alle 50 s (Zeitschrittweite) erfolgt eine Berechnung.

Als Anfangsbedingung gilt eine konstante Wandtemperatur an allen Stellen von  $0 \text{ °C}$ . Das Rechenprogramm für instationäre Wärmeleitung benötigt also einige Zeit, um von der durchgehenden Wandtemperatur von  $0 \text{ °C}$  auf den linearen Temperaturverlauf zwischen  $t_1$  und  $t_2$  gemäß Bild 3 zu gelangen. Die Wärmestromdichten an der inneren und äußeren Wandoberfläche werden anschließend in Zeitintervallen wiedergegeben. Gemäß Rechenprogramm sind die Wärmestromdichten vom Bauteil an die Umgebung positiv definiert.

Simulationszeit h	Wärmestromdichte in W/m <sup>2</sup>	
	von der Wandinnenfläche an den Raum	von der Wandaußenfläche an die Atmosphäre
1	-117,9	184,3
10	-58,4	52,9
20	-49,0	43,4
30	-46,6	42,7
40	-45,8	43,1
100	-44,6	44,4
149	-44,5	44,5
150	-44,5	44,5
168	-44,5	44,5

Die Wärmestromdichten sind nach 149 Simulationsstunden gleich und bleiben dann unverändert. Es liegt somit ein stationärer Zustand vor. Das Ergebnis entspricht dem Beispiel 1. Dies ist ein Indiz für die Richtigkeit des Simulationsmodells.

**Beispiel 4 (instationäre Wärmeleitung)**

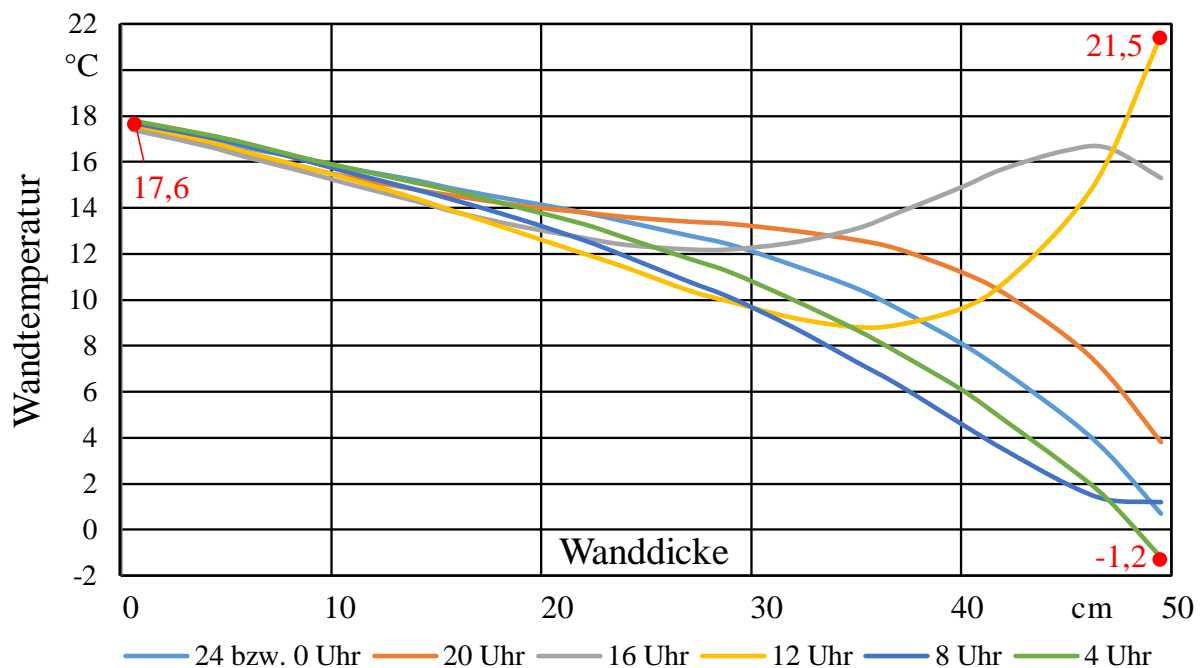
Für eine nach Süden gerichtete dunkle Vollziegelwand gelten:  $a = 0,8$ ,  $\alpha_i = 7,7 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ ;  $\alpha_a = 20 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ ;  $\delta = 0,5 \text{ m}$ ,  $\rho = 1850 \text{ kg}/\text{m}^3$ ,  $\lambda = 0,81 \text{ W}/(\text{m K})$ ,  $c = 920 \text{ J}/(\text{kg K})$ ; die konstante Innenlufttemperatur  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  und die uhrzeitabhängige Sonnenlufttemperatur (Außenlufttemperatur + direkte und diffuse Strahlung) an einem heiteren Februartag am Standort Kassel nach Tabelle 1 (gelbe Zahlenreihe). Die Stoffwerte der Wand entsprechen somit den Beispielen 1 und 3.

Es sind die Temperaturverläufe in der Vollziegelwand aller vier Stunden, beginnend von 0 Uhr zu ermitteln. Dabei ist von einem eingeschwungenen Zustand auszugehen.

Zur Lösung wird das Rechenprogramm <sup>1</sup> verwendet, wobei wiederum die Abstände des Berechnungsgitters  $1 \text{ cm}$  betragen. Als Zeitschrittweite wird wiederum  $50 \text{ s}$  angesetzt.

Um einen eingeschwungenen Zustand zu sichern, werden zehn solcher Mustertage aneinander gereiht betrachtet und dann die letzten  $24 \text{ Stunden}$  ausgewertet.

Die errechneten Temperaturverläufe zeigt Bild 6. Die Stützpunkte liegen jeweils in der Mitte des Berechnungsgitters, wodurch die Temperaturkurven jeweils  $5 \text{ mm}$  vor den Wandoberflächen enden.

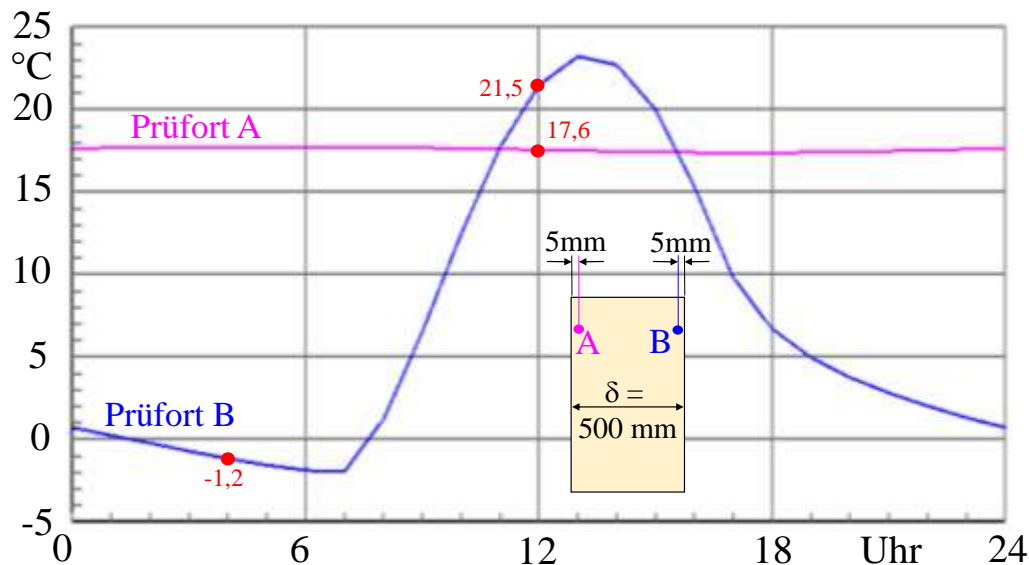


**Bild 6** Temperaturverläufe im Verlaufe eines Tages in Abständen von jeweils vier Stunden in der nach Süden orientierten Vollziegelwand an einem sonnigen, klaren Februartag am Standort Kassel. Die Temperaturkurven beginnen bzw. enden stets  $5 \text{ mm}$  von den Wandoberflächen entfernt.

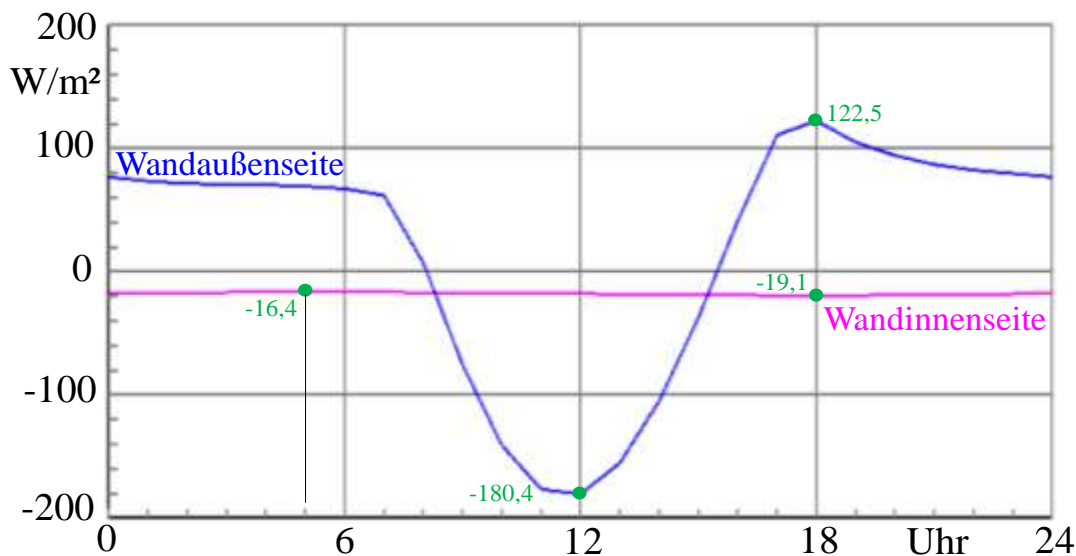
Die Sonnenlufttemperaturen betragen um  $4 \text{ Uhr}$   $-5,1 \text{ }^\circ\text{C}$  und um  $12 \text{ Uhr}$   $+31,4 \text{ }^\circ\text{C}$ . Die Temperaturen in der ersten Gitterschicht –  $5 \text{ mm}$  von der äußeren Wandoberfläche entfernt – liegen zu den genannten Zeiten bei  $-1,2 \text{ }^\circ\text{C}$  bzw.  $21,5 \text{ }^\circ\text{C}$ . Diese Unterschiede werden durch den Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_a = 20 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  und der Mauerwerksschicht von  $5 \text{ mm}$  bewirkt. Die Temperaturverläufe geben sehr deutlich und qualitativ richtig die Phasenverschiebung und die Dämpfung der äußeren Temperaturschwungung wieder.

Die jeweils 5 mm von den Oberflächen entfernten Wandtemperaturen sind als Tagesgang im nachfolgenden Bild 7 aufgezeichnet. Anhand der roten Punkte wird die Übereinstimmung der Temperaturangaben in den Bildern 6 und 7 verdeutlicht.

Die Temperaturdifferenzen zwischen den beiden Prüforten geben zwar einen Potenzialunterschied an, sagen jedoch *nichts* über die Wärmestromdichten an den Wandoberflächen aus<sup>3</sup>. Diese werden im Rechenprogramm anhand der Wärmeströme zwischen benachbarten Gitterpunkten bzw. zwischen den oberflächennahen Gitterpunkten und den angrenzenden Fluiden bestimmt. Einen Überblick zeigt Bild 8.



**Bild 7** Temperaturen in der Wand im Abstand von 5 mm von der jeweiligen Oberfläche im Tagesgang  
Prüfort A: nahe Raum, Prüfort B: nahe Außenatmosphäre



**Bild 8** Tagesverläufe der Wärmestromdichten an der Innen- und Außenfläche der nach Süden orientierten Vollziegelwand an einem sonnigen, klaren Februartag am Standort Kassel  
Wärmestromdichte ist  $> 0$  von der Wandinnenfläche an den Raum und von der Wandaußenfläche an die Atmosphäre

<sup>3</sup> Berechnungsansätze, die bei instationären Vorgängen gemessene Temperaturdifferenzen mit dem U-Wert verknüpfen, werden in Internetbeiträgen gelegentlich diskutiert. Sie sind jedoch absolut falsch, denn der U-Wert ist bei instationären Wärmeleitvorgängen zu jedem Zeitpunkt völlig bedeutungslos.

Die negative Wärmestromdichte auf der Wandaußenseite deutet auf einen Wärmezustrom an die Wand hin (Wärmegewinn), der durch die solare Bestrahlung bewirkt wird.

Im Tagesgang ergeben sich – vor allem auf der Wandaußenfläche – große Schwankungen:

	Wärmestromdichte in W/m <sup>2</sup>	
	von der Wandinnenfläche an den Raum	von der Wandaußenfläche an die Atmosphäre
maximal	-16,4	122,5
minimal	-19,1	-180,4

Bildet man die Summe der Wärmestromdichten über 24 Stunden so ergeben sich:

- einströmende Wärmemenge auf der Wandinnenseite 424,2 Wh/m<sup>2</sup>
- auströmende Wärmemenge auf der Wandaußenseite 424,0 Wh/m<sup>2</sup>.

Die gute Übereinstimmung ist in diesem Fall kein Merkmal eines stationären Vorganges, sondern das Zeichen eines **eingeschwungenen instationären Vorganges**, der sich im Tagesrhythmus wiederholt. Zwischenzeitlich erfolgt eine Wärmespeicherung in der Wand; nach 24 Stunden sind der Speicherzustand in der Wand und damit die Temperaturverteilung (siehe Bild 6) wieder identisch.

### 3.3 Wirksamkeit einer zusätzlichen Wärmedämmung

Korrekterweise ist auch hier wieder zwischen der stationären und der instationären Betrachtung zu unterscheiden.

Im **stationären Fall** ist Gl. (10) um die charakteristischen Größen der Dämmung (Dicke  $\delta_D$  und Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_D$ ) zu ergänzen.

$$k (\equiv U) = \left( \frac{1}{\alpha_i} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{\delta_D}{\lambda_D} + \frac{1}{\alpha_a} \right)^{-1}. \quad (12)$$

Häufig wird die Anordnung der Dämmschicht kontrovers diskutiert. Im nachfolgenden Beispiel sei nur der wärmetechnische Aspekt betrachtet. Architektonische Gestaltungserfordernisse, technologische Besonderheiten und die eventuellen Nachteile des Feuchtetransports bleiben unbeachtet.

#### **Beispiel 5 (Reduzierung des Wärmeverlustes einer Wand durch eine Dämmschicht)**

Die im Beispiel 4 untersuchte, nach Süden gerichtete Vollziegelwand erhält eine zusätzliche Dämmung mit den Parametern:  $\delta = 10$  cm,  $\rho = 120$  kg/m<sup>3</sup>,  $\lambda = 0,04$  W/(m K),  $c = 840$  J/(kg K). Alle Randbedingungen entsprechen weiterhin dem Beispiel 4. Zur Vereinfachung des Simulationsmodells nehmen die geometrischen Anordnungen keine Rücksicht auf reale Ziegelmaße!

Die Dämmschicht wird an drei unterschiedlichen Orten angeordnet, um den eventuellen Einfluss auf den Wärmeverlust zu ergründen.

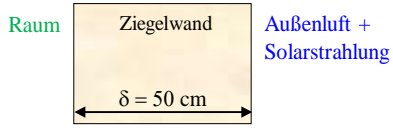
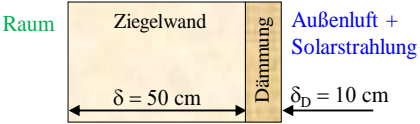
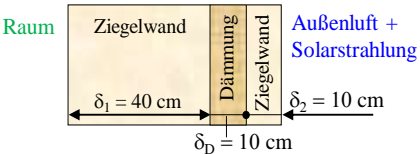
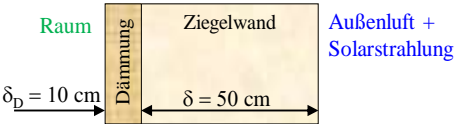
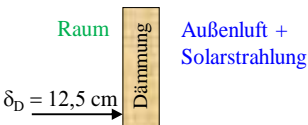
Zusätzlich werden die bisher untersuchte Ziegelwand ohne Dämmung und eine hypothetische Wand aus reinem Dämmmaterial mit dem gleichen Wärmeleitwiderstand wie die Ziegelwand plus der 10 cm dicken Dämmschicht betrachtet.

Die Ergebnisse nach dem Simulationsmodell <sup>1</sup> für die instationäre Wärmeleitung finden sich zusammengestellt in der nachfolgenden Tabelle 2.

Rein informativ sind die zum Wandaufbau zugehörigen U-Werte ergänzt. Interessant ist es auch den Wärmeverlust pro Tag – also über eine Schwingungsperiode – näherungsweise nach dem stationären Modell mit  $t_{a,mittel}$  zu berechnen. Es gilt die Beziehung:

$$q_{Tag,Näherung} = U (t_i - t_{a,mittel}) 24 \text{ h} = U (20 - 5,9) 24 \text{ Wh/m}^2. \tag{13}$$

**Tabelle 2** Zusammenstellung der Ergebnisse von A (Beispiel 4) und B bis E (Beispiel 5)

Variante: Wandaufbau	U-Wert W/(m²K)	Wärmeverlust pro Tag $q_{Tag}$ Simulationsmodell		
		instationär Wh/m²	%	stationär* Wh/m²
<b>A: ohne Dämmung</b> 	1,254	<b>424,1</b>	<b>100</b>	424,4
<b>B: außenliegende Dämmung</b> 	0,303	<b>103,2</b>	<b>24,3</b>	102,5
<b>C: Dämmung nach Ziegelverblendung</b> 	0,303	<b>102,6</b>	<b>24,2</b>	102,5
<b>D: innenliegende Dämmung</b> 	0,303	<b>102,5</b>	<b>24,2</b>	102,5
<b>E: Theoretischer Fall: nur Dämmung</b> 	0,303	<b>102,5</b>	<b>24,2</b>	102,5

\* Näherungsweise Berechnung nach Gl. (13)

**Diskussion der Ergebnisse:**

- Alle Ergebnisse der instationären Betrachtung gelten für einen eingeschwungenen Zustand. D. h., nach 24 Stunden liegen wieder die gleichen Temperaturverläufe in der Wand, die

gleichen Wärmestromdichten an den Wandaußenseiten und die gleiche gespeicherte Wärmemenge in der Wand vor.

- Die Anbringung einer 10 cm dicken Dämmschicht auf oder in der Vollziegelwand reduziert sehr deutlich den täglichen Wärmeverlust  $q_{\text{Tag}}$ , in der Regel auf ca. 24 %.
- Da numerisch bedingte Abweichungen bei den Simulationen auftreten, sollten die festgestellten Unterschiede wegen ihrer Kleinheit grundsätzlich nicht überbewertet werden. Dennoch verlockt es, die unterschiedlichen Ergebnisse der Beispiele B bis D mit der differenzierten Wärmespeicherung in der Ziegelwand zu erklären.

Aus wärmetechnischer Sicht sind die drei Varianten B, C, D praktisch gleich. Die diesbezüglich oftmals geführten Diskussionen erübrigen sich.

- Bei der hypothetischen Variante E ergibt sich der U-Wert von 0,303 W/(m<sup>2</sup>K) für eine Dämmschichtdicke von 12,5 cm. Im Simulationsmodell wurde weiterhin die 1 cm Gitterteilung verwendet, sodass die numerischen Fehler vergleichbar bleiben. Deshalb erfolgten Simulationen für 12 cm und 13 cm Dämmdicke und eine anschließende Mittelung der Ergebnisse.
- Obwohl der U-Wert zu beliebigen Zeitpunkten der instationären Betrachtung völlig bedeutungslos ist und keinesfalls mit den zeitabhängigen Temperaturdifferenzen multiplikativ verknüpft werden darf, gibt es über die Periode der Temperaturschwingung dennoch eine sinnvolle Betrachtung. Dabei müssen die Mittelwerte (integrale Mittelwerte über die Zeit) der Randbedingungen Verwendung finden. Dies betrifft vor allem die Temperaturmittelwerte der Periode. Im Beispielfall ergeben sich nach Gl. (13) die aufgeführten Ergebnisse  $q_{\text{Tag, Näherung}}$  mit einer maximalen Abweichung  $< 1 \%$ .

#### 4 Definition der Heizlast

Auf Basis der U-Werte für die einzelnen raumumgrenzenden Bauteile wird nach einem fixierten Normverfahren die Heizlast eines Raumes bzw. eines Gebäudes bestimmt. Die Heizlast ist für die Bemessung der Heizungsanlage maßgebend und sichert die ordnungsgemäße Beheizung der Räume unter zeitlich konstanten Norm-Auslegungsbedingungen (Raumtemperatur, Außentemperatur, Wärmeübergangskoeffizienten) ab. Die normgemäße Berechnung stellt ein einfaches Verfahren auf der Grundlage der stationären Wärmeleitung dar und lässt zunächst alle dynamischen Einflüsse (zeitabhängig wirkende innere Lasten, solare Gewinne, Wärmespeicherung) unberücksichtigt. Diese Vorgehensweise ist grundsätzlich richtig, um eine definierte Auslegungsbedingung zu haben, auf die die verschiedenen Wettbewerbsangebote für die Heizungsanlage dann aufbauen können.

Mit Gl.(13) gibt es aber auch eine physikalische Basis für die Nutzung des U-Wertes, wenn man die Randbedingungen – speziell die Außentemperatur – als Mittelwert über mehrere Tagesperioden bildet. Die Wahl dieser Temperatur beispielsweise als mittlere minimale Extremtemperatur eventuell unter Einbeziehung der diffusen Solarstrahlung liefert den entscheidenden Spielraum für die Fixierung der Heizlastnorm. Selbstverständlich gibt es weitere bedeutende Einflüsse auf die Heizlast, so beispielsweise das Verhalten der transparenten Umfassungsflächen mit eventuellem Strahlungsdurchgang.

Oftmals wird angeprangert, dass die Heizlast einen zu großen, niemals benötigten Wert liefert. Dazu ist anzumerken, dass es über Jahre milde Winter gibt und dass die Heizlastnorm seit ihrem Bestehen zahlreiche Veränderungen erfuhr, die zu unterschiedlichen Ergebnissen führte. Wenn eine Überdimensionierung statistisch abgesichert vorliegt, muss die Norm geändert werden.

## **5 Wärmebedarf während der Heizperiode**

Die Vorausberechnung des Wärmebedarfs während der Heizperiode sollte mit einem Simulationsmodell auf Basis der instationären Wärmeleitung unter Zugrundelegung der regional geltenden Testreferenzjahre erfolgen. Dies ist beim heutigen Stand der Simulationstechniken auch praxisüblich. Dabei sind auch die Betriebsregime der Heizungsanlagen und die Gebäudenutzzeiten zu berücksichtigen.

Die früher oftmals angewendete Näherung analog Gl. (13) über verschiedenen Zeitperioden mit entsprechenden Mittelwerten – beispielsweise Monatsmittelwerten – ist zu ungenau und nicht-mehr zeitgemäß.

### **Hinweis:**

Die vorliegende Ausarbeitung enthält keinerlei neue Erkenntnisse bezüglich der wärmetechnischen Betrachtung. Dennoch hofft der Autor, einige oftmals strittige Aussagen (siehe Vorbemerkung) geklärt und versachlicht zu haben.