

Beispiel zum Buch "Wärmeübertragung" unter Nutzung von EXCEL

"Wärmeabgabe einer Rohrleitung bei einer Wanddurchdringung"

Prof. Dr.-Ing. habil. Bernd Glück

Mai 2019

Die im Buch "Wärmeübertragung" vorgestellten Berechnungsgleichungen sind mitunter recht rechenintensiv, weshalb an mehreren Stellen die Algorithmen für Rechenprogramme vorgestellt wurden. Viele Anwender scheuen sich aber vor der Programmierung. Weit verbreitet ist dagegen die Nutzung der Tabellenkalkulation mittels EXCEL. Im nachfolgenden Beispiel soll gezeigt werden, dass damit auch anspruchsvolle Berechnungen durchführbar sind. EXCEL enthält eine beachtliche Anzahl von Funktionen, die sehr einfach aufgerufen werden können, so z. B. auch die Zylinderfunktionen mit ihren wichtigsten Varianten. Ein Beispiel soll die Handhabung zeigen.

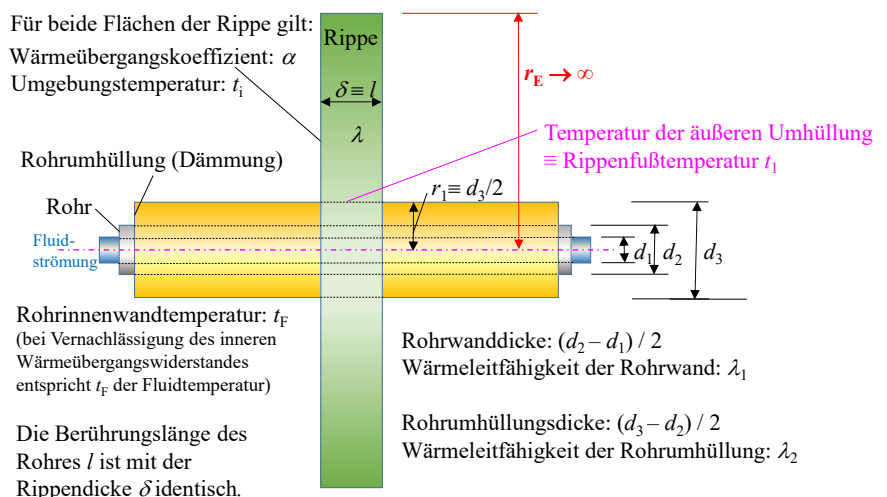
Wärmeabgabe einer Kreisrippe um ein Rohr mit zwei Wandschichten

Eine gedämmte Rohrleitung durchdringt senkrecht eine Wand ohne zwischenliegenden Luftspalt. Es ist der Wärmestrom vom Rohr an die Wand im stationären Fall zu berechnen. Es steht auch die Frage, wie sich der Wärmestrom ändert, wenn man in der Wand auf eine Wärmedämmung um das Rohr verzichtet?

Um das komplizierte dreidimensionale Wärmeleitproblem zu vereinfachen, werden zunächst einige Festlegungen getroffen:

- Der Wärmedurchgang durch eine Rohrwand mit zwei Schichten wird in rein radialer Richtung – und damit eindimensional – nach Seite 25, Gl. (2.25) betrachtet. Näherungsweise wird der innere Wärmeübergangswiderstand vernachlässigt, da der Wärmeübergangskoeffizient α_{Fluid} meist groß ist.
- Die Wand werde als eine kreisförmige Rippe um das Rohr angesehen, da angenommen wird, dass die Temperatur ausgehend von der sogenannten Rippenfußtemperatur in der Wand in radialer Richtung aufgrund der Flächenvergrößerung stark abfällt. Geht man von einem unendlichen Rippenradius aus, so kann nach Seite 266 die Gl. (6.19) zur Wärmestromberechnung in der Rippe genutzt werden. Die Wärmeleitung in der Rippe werde wiederum eindimensional betrachtet, d. h., über die Rippendicke herrscht eine einheitliche Temperatur, die nur vom Rippenradius r um die Rohrachse abhängig ist. Außerdem liegen thermisch symmetrische Umgebungsbedingungen vor.
- Bindeglied zwischen beiden Berechnungsmodellen ist die Rippenfußtemperatur t_1 . Man könnte nun beide Berechnungen getrennt durchführen und diese Temperatur als Schnittstelle iterativ anpassen. Im Weiteren wird aber eine durchgehende analytische Berechnung vorgestellt.

Die geometrischen und wärmetechnischen Gegebenheiten sind im nebenstehenden Bild veranschaulicht.



Für den Wärmestrom durch die Rohrschichten gilt nach Gl. (2.25) und weiter nach Einführen einer Abkürzung C :

$$\dot{Q} = \frac{2 \pi l (t_F - t_1)}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2}} = C (t_F - t_1).$$

Im stationären Fall wird dieser Wärmestrom auch von der Kreisrippe an die Umgebung abgegeben. Nach Gl. (6.19) und Einführen der Abkürzung D folgt:

$$\dot{Q} = 2 \pi r_1 \delta \lambda m (t_1 - t_i) \frac{K_1(mr_1)}{K_0(mr_1)} = D (t_1 - t_i).$$

Hierbei ist m nach Gl. (6.3) zu berechnen, wobei die dort aufgeführten Teilwärmedurchgangskoeffizienten κ auf beiden Rippenseiten gleich sind und dem gegebenen Wärmeübergangskoeffizienten α entsprechen:

$$m = \sqrt{\frac{2 \alpha}{\lambda \delta}}.$$

Das Gleichsetzen der Wärmeströme liefert schrittweise:

$$C t_F - C t_1 = D t_1 - D t_i \quad \rightarrow \quad C t_F + D t_i = (C + D) t_1$$

$$t_1 = (C t_F + D t_i) / (C + D).$$

Mit Kenntnis von t_1 folgt sofort der übertragene Wärmestrom:

$$\dot{Q} = C (t_F - t_1).$$

Zusätzlich wird interessehalber die Rippentemperatur im Kreisring in 1 m Entfernung von der Rohrachse berechnet. Sie ergibt sich nach Gl. (6.18) – wobei die Vereinfachung durch die Umgebungssymmetrie zu beachten ist – zu:

$$t_{1m} = (t_1 - t_i) \frac{K_0(m \cdot 1)}{K_0(mr_1)} + t_i.$$

Wenn diese Temperatur sich nur wenig von der Umgebungstemperatur t_i unterscheidet, ist die erhöhte Rippenfußtemperatur bereits abgeklungen und die getroffene Approximation der Wand als Kreisrippe akzeptabel.

Auf der nächsten Seite ist ein Zahlenbeispiel wiedergegeben.

Die Umsetzung ist aus dem beigefügten EXCEL-Programm zu entnehmen, das selbstverständlich auch kostenlos genutzt werden kann!

Zahlenbeispiel anhand des Ausdrucks der EXCEL-Tabelle:

Berechnung der Wärmeabgabe eines Rohres beim Wanddurchgang

Eingabedaten:

Rohrdaten:	
Temperatur t_F in °C:	60
Rohrinnendurchmesser d_1 in mm:	20
Rohraußendurchmesser d_2 in mm:	22
Wärmeleitfähigkeit Rohr λ_1 in W/(m K):	370
Außendurchmesser der Dämmung d_3 in mm:	42
Wärmeleitfähigkeit Dämmung λ_2 in W/(m K):	0,04
Rippendaten ≡ Wanddaten:	
Dicke δ in m:	0,12
Wärmeleitfähigkeit λ in W/(m K):	0,8
Umgebungsdaten:	
Temperatur t_i in °C:	20
Wärmeübergangskoeffizient α in W/(m ² K):	7,7

Zwischenrechnungen:

	Gedämmte Rohrleitung	Nackte Rohrleitung
Nenner =	16,16593672	Nenner = 0,000257595
C =	0,046616538	C = 2925,521708
m =	12,66557013	m = 12,66557013
m r1 =	0,265976973	m r1 = 0,139321271
Quotient =	2,358020434	Quotient = 3,328830456
D =	0,378113758	D = 0,279601812

Ergebnisse:

Rippenfußtemperatur t_1 in °C =	24,390	59,996
Wärmestrom vom Rohr in die Rippe Q in W =	1,7	11,2
Wärmestromverhältnis gedämmte zu nackte Rippe = 1 : 6,7		
Temperatur in 1 m Entfernung von der Rohrachse in der Rippe in °C =	20,0000033	20,000021